

实验10 求多元函数的无条件极值

方法一：基本求解法：

步骤1 定义函数 $z = f(x, y)$ ；

步骤2 求解方程组 $f'_x(x, y) = 0$ $f'_y(x, y) = 0$ ，求驻点 ；

步骤3 对每个驻点求出二阶偏导数： $A = f''_{xx}(x, y)$ $B = f''_{xy}(x, y)$

$$C = f''_{yy}(x, y)$$

步骤4 对每个驻点计算判别式 $AC - B^2$ 的值，根据判别式的值进行判别。

例1：设 $f(x, y) := x^2 - 3xy + 2y^2 + 2x - y + 1$ ，求 $f(x, y)$ 的极值点和极值。

解： $f(x, y) := 3x^2 - 4xy + 2y^2 + 3y - x$

用 given...find 求解模块求出驻点：

$$\text{Given } \frac{d}{dx}f(x, y) = 0 \quad \frac{d}{dy}f(x, y) = 0 \quad \text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{7}{4} \end{pmatrix} \quad \frac{d^2}{dy^2}f(x, y) \rightarrow 4$$

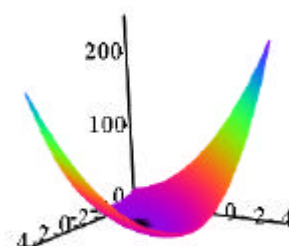
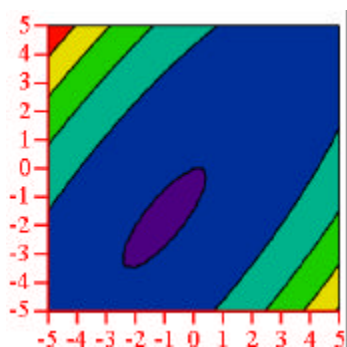
设 $x := -1$ $y := -\frac{7}{4}$

$$A := \frac{d^2}{dx^2}f(x, y) \quad A = 6 \quad B := \frac{d}{dx} \frac{d}{dy}f(x, y) \quad B = -4$$

$$C := \frac{d^2}{dy^2}f(x, y) \quad C = 4$$

由于 $A \cdot C - B^2 > 0 = 1$,且 $A > 0 = 1$ 所以点 $\left(-1, -\frac{7}{4}\right)$ 为最小值点. 最小值为

$$f(x, y) \rightarrow \frac{-17}{8} = -2.125$$



方法二：使用Mathcad的内部函数: minimize

$$x := 1 \quad y := 1$$

Given

$$f(x, y)$$

$$\text{Minimize}(f, x, y) = \begin{pmatrix} -1 \\ -1.75 \end{pmatrix}$$

函数的最小值点为 $(-1, -1.75)$, 最小值为 $f(-1, -1.75) = -2.125$

-
-

